

Abstraction des méthodes de sous-espaces de type Krylov

Équipe `concace` @ `inria` Bordeaux
Emmanuel.Agullo@inria.fr, Luc.Giraud@inria.fr, Gilles.Marait@inria.fr,
herault@icl.utk.edu

Stage de fin d'étude (M2/3A) - Printemps 2024

1 Contexte

Les techniques numériques modernes pour résoudre des systèmes linéaires de très grande taille sont essentiellement basées sur des techniques itératives de sous-espaces [1]. À chaque itération l'espace de recherche de la solution est étendu et une approximation est caractérisée dans le nouvel espace. Si la qualité de l'approximation ne satisfait pas un critère idoine une nouvelle itération/extension d'espace est réalisée. Toutes les méthodes actuelles ont été développées de manière essentiellement incrémentale sur les bases d'un papier fondateur de Hestenes et Stiefel en 1951 sur le Gradient Conjugué (CG) pour les matrices symétriques définies positives. Leurs bases communes sont souvent noyées dans des détails ou choix algorithmiques d'implantation qui exploitent très finement certaines structures. De telles descriptions algorithmiques nuisent à une expression de haut niveau de ces méthodes qui permettrait de les exprimer de façon plus modulaires et composables si elles étaient décrites de façon plus abstraites.

2 Objectif du stage

L'objectif de la recherche proposée est de poursuivre dans un premier temps un travail d'abstraction initié pour présenter ces méthodes dans un cadre unifié. L'étape suivante sera d'exprimer la méthode GMRES dans ce cadre abstrait de sorte à en permettre la déclinaison de ses différentes variantes (schémas d'orthogonalisations, techniques de résolution du système projeté, arithmétique, ..)

Le stage se déroulera au sein de l'équipe-projet `concace` de l'Inria Bordeaux. Les algorithmes seront mis en oeuvre au sein de la librairie d'algèbre linéaire parallèle `compose`.

3 Poursuite en thèse

Le stage pourra se poursuivre en thèse au sein de l'équipe `concace`. L'objectif de la thèse sera d'étendre les travaux de stage pour couvrir un ensemble représentatif des méthodes de [1]. Par ailleurs, l'abstraction de mécanismes numériques évolués pour le redémarrage tels

que [2] seront considérées. Enfin le cas du calcul des valeurs propres sera étudié [3]. Tous les algorithmes résultants seront intégrés dans `compose`.

4 Références

[1] Saad, Y. (2003). Iterative methods for sparse linear systems. Society for Industrial and Applied Mathematics.

[2] Agullo, E., Giraud, L., & Jing, Y. F. (2014). Block GMRES method with inexact breakdowns and deflated restarting. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 35(4), 1625-1651.

[3] Saad, Y. (2011). Numerical methods for large eigenvalue problems: revised edition. Society for Industrial and Applied Mathematics.