



Génération parallèle de maillages polyédriques de Voronoï 3D

Stage de fin d'études (Master 2)

Lieu : Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M), équipe SiMFI

Date envisagée pour le début stage : à partir du 1^{er} février 2024

Durée envisagée pour le stage : 6 mois

Encadrants : Jérôme Breil et Antoine Lemoine

Contacts : jerome.breil@cea.fr et antoine.lemoine@bordeaux-inp.fr

Contexte

La résolution de problèmes physiques dans des domaines 3D de plus en plus complexes nécessite des outils de génération automatique de maillages non structurés pouvant s'adapter à l'évolution de la géométrie et à la physique que l'on souhaite résoudre. Les maillages tétraédriques, dont la génération est bien maîtrisée, répondent à ces critères. Cependant, nombre de schémas numériques appliqués à ces maillages se révèlent être bien trop diffusifs, surtout dans le contexte de la mécanique des fluides. Les maillages polyédriques, moyennant l'utilisation de schémas numériques adaptés, permettent d'obtenir une meilleure précision numérique. Parmi cette famille de maillages, ceux composés de cellules de Voronoï peuvent être générés automatiquement en calculant le dual de la tessellation tétraédrique de Delaunay [1, 2].

La génération d'un maillage de Voronoï commence par l'échantillonnage du domaine physique par des points, appelés *générateurs*, définissant chacun une zone d'influence qui correspondra finalement à une cellule du maillage. Pour garantir la régularité du maillage, nous nous intéresserons à une sous-catégorie de maillages de Voronoï appelée *tessellation centroïdale de Voronoï* (CVT), où le centroïde de chaque cellule coïncide avec son générateur. Cette catégorie de maillages peut être obtenue à l'aide de l'algorithme de Lloyd. Il consiste, de manière itérative, à produire un maillage de Voronoï en utilisant comme générateurs les centroïdes des cellules de Voronoï de l'itération précédente, jusqu'à convergence. On peut montrer que cet algorithme équivaut à minimiser une certaine énergie, et ainsi, en utilisant une méthode d'optimisation adaptée [2], la vitesse de convergence de cet algorithme peut être améliorée.

Pour que le maillage épouse parfaitement la géométrie du domaine physique, une ultime étape d'intersection (*clipping*) du maillage généré avec le bord du domaine doit être effectuée. Cette étape nécessite la mise en œuvre d'un algorithme de clipping des cellules polyédriques par le bord du domaine physique modélisé par un maillage surfacique.

L'objectif de ce stage est de créer un code en Fortran permettant de générer en parallèle (MPI) des maillages de Voronoï CVT 3D. Par la suite, ces maillages seront utilisés pour la résolution de problèmes de mécanique des fluides à l'aide de schémas

numériques récents adaptés aux maillages polyédriques (CDO & HHO). Ce stage se déroulera au sein de l'équipe SiMFI du département TREFLE du laboratoire I2M en collaboration avec le CEA.

Sujet du stage

Ce stage a pour objectif de créer un code en Fortran, parallélisé à l'aide de la bibliothèque MPI, permettant de générer des maillages de Voronoï CVT dans un domaine physique de géométrie complexe. Le stage se déroulera en différentes phases consistant à :

1. Générer, en parallèle, une tessellation de Delaunay du domaine à partir d'une distribution de points initiale ;
2. Calculer le dual du maillage de Delaunay afin d'obtenir une tessellation de Voronoï ;
3. Intersecter le maillage ainsi obtenu avec le domaine ;
4. Mettre en œuvre une méthode de régularisation basée sur un algorithme de Lloyd optimisé [2] ;
5. Mettre en place des méthodes de raffinement adaptatifs.

Compétences souhaitées

Les compétences souhaitées pour ce stage sont une expérience de programmation en Fortran 90 (ou plus récent), une expérience de programmation parallèle avec la bibliothèque MPI et une bonne capacité à se représenter des objets dans l'espace.

Bibliographie

- [1] Hugo LEDOUX. « Computing the 3d Voronoi Diagram Robustly : An Easy Explanation ». In : *4th International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering (ISVD 2007)*. IEEE. 2007, p. 117-129.
- [2] Dong-Ming YAN, Wenping WANG, Bruno LÉVY et Yang LIU. « Efficient Computation of 3D Clipped Voronoi Diagram ». In : *Advances in Geometric Modeling and Processing : 6th International Conference, GMP 2010, Castro Urdiales, Spain, June 16-18, 2010. Proceedings 6*. Springer. 2010, p. 269-282.